

# Vyrovnání metodou nejmenších čtverců

Lubomír Soukup

soukup@utia.cas.cz

26. 2. 2018

# Přehled vyrovnaní zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

# Přehled vyrovnaní zprostř. a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

**Podmínková měření**

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková měření**

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření



# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnaní zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnaní zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ} + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ}) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathbf{c}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$



# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \doteq \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \doteq \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{- \lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(l) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{l} + \varepsilon_L) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{l})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{u}}_{\mathbf{u}}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{- \lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{u}}_{\mathbf{u}}$$

$$\alpha(\mathbf{v}) := \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(l) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{l} + \varepsilon_L) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{l})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{v}) := \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$$

$$\alpha(\hat{\mathbf{v}}) = \min_{\substack{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u}}} \alpha(\mathbf{v})$$

# Řešení zprostředkujících a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

**Podmínková měření**

Vyrovnané hodnoty:

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \cdot \lambda,$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{u}$$

Kovarianční matice:

$$\hat{\mathbf{C}}_X = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_L = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}$$



# Vyrovnaní podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

**Podmínková s neznámými**

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

**Podmínková s neznámými**

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ} + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_{\mathbf{L}} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ}) - \tilde{\ell}$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ} + \mathbf{h})$$



# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_{\mathbf{L}} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_{\mathbf{L}} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\lambda} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ)}_{\lambda} - \tilde{\ell}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$



# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

$$\alpha(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \alpha(\mathbf{h})$$

# Řešení zprostředkujících měření a podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

Vyrovnané hodnoty:

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \cdot \lambda ,$$

$$\mathbf{P}_L := \mathbf{C}_L^{-1} ,$$

Kovarianční matice:

$$\hat{\mathbf{C}}_X = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{A})^{-1} ,$$

## Podmínková s neznámými

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{u}$$

$$\mathbf{P}_T := (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_L \cdot \mathbf{B}^T)^{-1} .$$

$$\hat{\mathbf{C}}_X = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A})^{-1}$$



## Porovnání řešení zprostředkujících měření a podmínkových měření s neznámými

Řešení podmínkových měření s neznámými

je v podstatě stejné jako řešení zprostředkujících měření.

Rozdíl je pouze ve stanovení váhové matice ( $\mathbf{P}_L$ ,  $\mathbf{P}_T$ ).

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell)$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \epsilon_L)$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \boldsymbol{\varepsilon}_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) \doteq \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} \doteq \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \boldsymbol{\varepsilon}_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) \doteq \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u} =: \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} \doteq \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} \doteq \vartheta$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \boldsymbol{\varepsilon}_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u} =: \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \vartheta$$



# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \epsilon_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}} =: \mathbf{B} \cdot \epsilon_L$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{-\mathbf{u}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \vartheta$$

# Vyrovnání zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}} \doteq \underbrace{\mathcal{B}(\varepsilon_L)}_{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{-\mathbf{u}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} \doteq \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} \doteq \vartheta$$

# Vyrovnání zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} = \underbrace{\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{\text{u}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \vartheta$$

# Vyrovnání zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{\text{u}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \underbrace{\theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)}_{\vartheta}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \vartheta$$

# Vyrovnaní zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} = \underbrace{\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{\text{u}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \underbrace{\theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)}_{\vartheta}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \vartheta$$

# Vyrovnání zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L} = \mathbf{B} \cdot \varepsilon_L$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \underbrace{\theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)}_{\vartheta}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{\text{—u}}{=} \stackrel{\text{—w(h)}}{=} \mathbf{w}(\mathbf{h}),$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \stackrel{\text{—v}}{\vartheta}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h}), \quad \mathbf{P}_T := (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_L \cdot \mathbf{B}^T)^{-1},$$

# Vyrovnání zprostř. měření s podmínkami pro neznámé

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}) = \mathcal{B}(\ell) =: \mathbf{t}$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x} = \theta$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h}) = \mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L)$$

$$\mathcal{G} \cdot \mathbf{x}^\circ + \mathbf{h} = \theta$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}} = \underbrace{\mathcal{B}(\varepsilon_L)}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \underbrace{\theta - \mathcal{G}(\mathbf{x}^\circ)}_{\vartheta}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \stackrel{\text{---}}{-\mathbf{u}} =: \underbrace{\mathbf{w}(\mathbf{h})}_{\text{---}},$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{h} =: \underbrace{\vartheta}_{\text{---}}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h}), \quad \mathbf{P}_T := (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_L \cdot \mathbf{B}^T)^{-1},$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\substack{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n \\ \mathbf{G} \cdot \mathbf{h} = \vartheta}} \omega(\mathbf{h})$$

# Vyrovnání volné sítě

Normální rovnice:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A} & , & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & , & \mathbf{O} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{u} \\ \vartheta \end{bmatrix} ,$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A} & , & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & , & \mathbf{O} \end{bmatrix}^{-1} =: \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1,1} & , & \mathbf{M}_{1,2} \\ \mathbf{M}_{2,1} & , & \mathbf{M}_{2,2} \end{bmatrix}$$

Vyrovnané hodnoty:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{M}_{1,1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{u} + \mathbf{M}_{1,2} \cdot \vartheta$$

Kovarianční matice:

$$\hat{\mathbf{C}}_X = \mathbf{M}_{1,1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A} \cdot \mathbf{M}_{1,1}$$