

# Vyrovnání metodou nejmenších čtverců

Lubomír Soukup

soukup@utia.cas.cz

26. 2. 2018

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

**Podmínková měření**

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková měření**

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření



# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\widehat{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ} + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^{\circ}) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$



# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \doteq \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \doteq \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell}) =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} = \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(l) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{l} + \varepsilon_L) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{l})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} =: \mathbf{u}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{u}}_{\mathbf{u}}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}} = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_{\mathbf{L}}) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_{\mathbf{L}}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} =: \underbrace{\mathbf{u}}_{\mathbf{u}}$$

$$\alpha(\mathbf{v}) := \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$$

# Přehled vyrovnání zprostř. a podmínkových měření

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková měření

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathbf{c}$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathbf{c}$$

$$\mathbf{B} \cdot \underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\mathbf{c} - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{\mathbf{u}} =: \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \doteq \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{v}) := \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$$

$$\alpha(\hat{\mathbf{v}}) = \min_{\substack{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u}}} \alpha(\mathbf{v})$$

# Řešení zprostředkujících a podmínkových měření

**Zprostředkující měření**

**Podmínková měření**

Vyrovnané hodnoty:

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \cdot \lambda ,$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{u}$$

Kovarianční matice:

$$\hat{\mathbf{C}}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} ,$$

$$\hat{\mathbf{C}}_L = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}$$



# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

**Podmínková s neznámými**

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

**Podmínková s neznámými**

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

**Zprostředkující měření**

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

**Podmínková s neznámými**

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$



# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\lambda} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - u$$



# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\underbrace{\mathbf{w}(\mathbf{h})}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\mathbf{u}}_{-\mathbf{u}}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$l = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{l} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{l}}_{-\lambda}$$

$$\underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{h})}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\lambda}_{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(l) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{l} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{l})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\underbrace{\mathbf{w}(\mathbf{h})}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\mathbf{u}}_{-\mathbf{u}}$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathbf{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\lambda}$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad \underbrace{-\mathbf{u}}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

# Vyrovnání podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

$$\ell = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\tilde{\ell} + \varepsilon_L = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\varepsilon_L}_{\mathbf{v}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \tilde{\ell}}_{-\lambda}$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \lambda$$

$$\omega(\mathbf{h}) := (\mathbf{v}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{v}(\mathbf{h})$$

$$\omega(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \omega(\mathbf{h})$$

## Podmínková s neznámými

$$\mathbf{t} = \mathcal{B}(\ell) = \mathcal{A}(\mathbf{x})$$

$$\mathcal{B}(\tilde{\ell} + \varepsilon_L) = \mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ + \mathbf{h})$$

$$\underbrace{\mathcal{B} \cdot \varepsilon_L}_{\mathbf{w}(\mathbf{h})} \doteq \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} + \underbrace{\mathcal{A}(\mathbf{x}^\circ) - \mathcal{B}(\tilde{\ell})}_{-\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{h}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{u}$$

$$\alpha(\mathbf{h}) := (\mathbf{w}(\mathbf{h}))^T \cdot \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{w}(\mathbf{h})$$

$$\alpha(\hat{\mathbf{h}}) = \min_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n} \alpha(\mathbf{h})$$

# Řešení zprostředkujících měření a podmínkových měření s neznámými

## Zprostředkující měření

Vyrovnané hodnoty:

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \cdot \lambda ,$$

$$\mathbf{P}_L := \mathbf{C}_L^{-1} ,$$

Kovarianční matice:

$$\hat{\mathbf{C}}_X = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{A})^{-1} ,$$

## Podmínková s neznámými

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{u}$$

$$\mathbf{P}_T := (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}_L \cdot \mathbf{B}^T)^{-1} .$$

$$\hat{\mathbf{C}}_X = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_T \mathbf{A})^{-1}$$



## Porovnání řešení zprostředkujících měření a podmínkových měření s neznámými

Řešení podmínkových měření s neznámými

je v podstatě stejné jako řešení zprostředkujících měření.

Rozdíl je pouze ve stanovení váhové matice ( $\mathbf{P}_L$ ,  $\mathbf{P}_T$ ).